Zákony magnetického pole

Přesněji řečeno – budeme zkoumat ***magnetostatické*** pole, tj. časově neproměnné (stacionární) magnetické pole, které je způsobeno stacionárními proudy nebo zmagnetovanými látkami.

Magnetické pole je opět polem silovým – tj. bude popsáno silou působící na zkušební elektrický bodový náboj q .

„Magnetická“ síla je bohužel výrazně komplikovanější povahy než Coulombova elektrostatická síla :

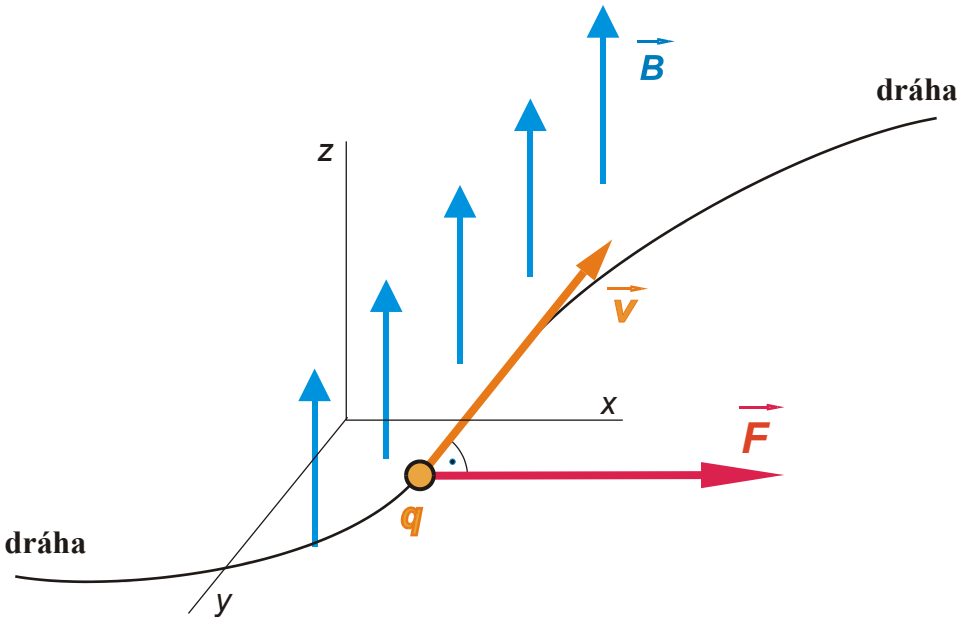
- na elektrický náboj v klidu nepůsobí v magnetickém poli žádná síla
- pokud se (bodový) náboj pohybuje nenulovou rychlostí, působí na něj síla úměrná velikosti náboje, velikosti rychlosti a závisející na směru této rychlosti podle vztahu :

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

Lorentzův vztah ***(Lorentzova síla)***

Vektorová veličina $\vec{B}$ - **magnetické indukce** - vyjadřuje působení magnetického pole na elektrický náboj, je jeho základním parametrem, který existuje v každém místě prostoru.

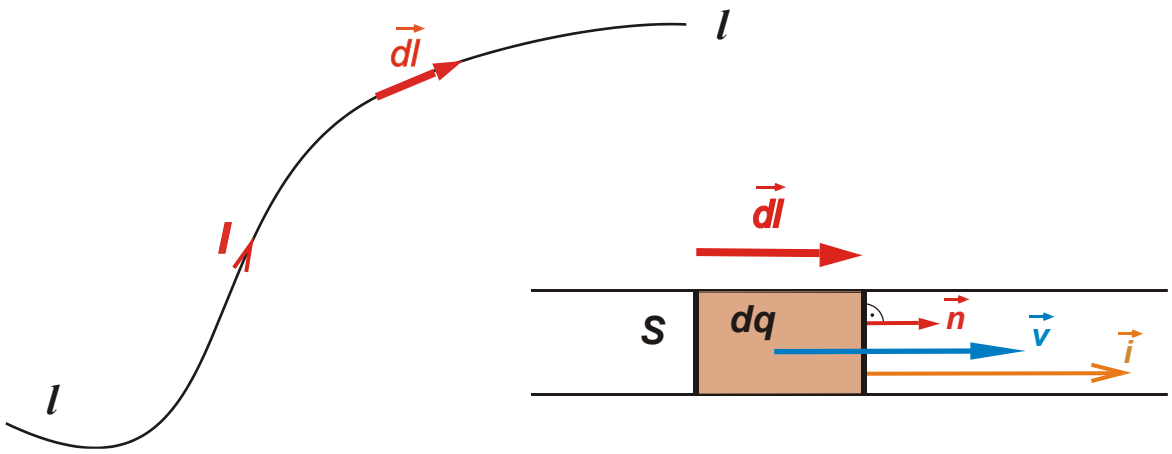
Pozn.: Tato rovnice vlastně magnetickou indukci definuje, také její jednotku (magnetické pole má magnetickou indukci 1 Tesla = 1T, jestliže působí silou 1 N na náboj velikosti 1 C, který se pohybuje rychlostí 1 m/s kolmo na směr indukce.)



Z Lorentzova vztahu dobře vidíme, že na náboj v klidu ($v = 0$) magnetického pole nepůsobí - a působící síla je rovněž nulová ve speciálním případě rychlosti náboje rovnoběžné s vektorem magnetické indukce. Dále - Lorentzova síla je vždy kolmá k rychlosti pohybu náboje, tj. k tečně dráhy, má tedy charakter dostředivé síly, na rozdíl od síly elektrostatické nemůže způsobit tečné zrychlení.

Uvažme ještě, že když na pohybující se náboj v magnetickém poli působí síla, musí působit i na náboje, které tvoří elektrický proud v nějakém vodiči a ve svém důsledku se pak tato síla přenáší na vodič a snaží se ho v magnetickém poli vychýlit.

Představme si tedy takový vodič obecného tvaru protékaný proudem I (viz obr.) a abychom mohli aplikovat Lorentzův vztah pro bodový náboj, stanovme nejprve silové působení na nekonečně malý elementární úsek vodiče $d\vec{l}$ $(d\vec{r})$ orientovaný ve směru proudu :



Na celkový náboj dq v tomto elementu vodiče , který se pohybuje nějakou rychlostí v , pak podle Lorenzova vztahu působí síla (je to část celkové síly na vodič) :

$$d\vec{F} = dq \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

Pomocí délky dl elementu vodiče a jeho příčného průřezu S vyjádříme nyní jeho objem :

$$dV = S \cdot dl$$

Za předpokladu spojitého rozložení náboje ve vodiči s objemovou hustotou ρ , kterou na elementárním úseku lze považovat za konstantní, pak můžeme určit celkový náboj :

$$dq = \rho \cdot dV = \rho \cdot S \cdot dl$$

A jeho dosazením upravíme levou část vektorového součinu, kde pak ještě vyjádříme rychlost pomocí jednotkového vektoru a tento vektor pak připojíme ke skalární délce úseku vodiče - vznikne tak vektorový element vodiče :

$$dq \cdot \vec{v} = \rho \cdot S \cdot dl \cdot \vec{v} = \rho \cdot S \cdot dl \cdot v \cdot \vec{n} = \rho \cdot S \cdot v \cdot d\vec{l}$$

Zbylé skaláry pak dohromady vytvoří proud vodičem, neboť součin hustoty nábojů a jejich rychlosti je podle kapitoly „Elektrický proud“ roven proudové hustotě, která je také (stejně jako ρ i v) konstantní na celé ploše S a je k ní kolmá , proto bude :

$$I = \iint_S \vec{i} \cdot d\vec{S} = \iint_S i \cdot dS = i \cdot \iint_S dS = i \cdot S = \rho \cdot v \cdot S$$

Nakonec tedy dostáváme :

$$dq \cdot \vec{v} = \rho \cdot S \cdot v \cdot d\vec{l} = i \cdot S \cdot d\vec{l} = I \cdot d\vec{l}$$

Získaný vztah obsahuje už jen parametry vodiče a proudu, je vhodný pro dosazení do rovnice pro sílu na element vodiče v magnetickém poli :

$$d\vec{F} = I \cdot d\vec{l} \times \vec{B}$$

A síla působící na celý vodič je pak součtem – integrálem těchto výrazů :

$$\vec{F} = \int_l d\vec{F} = \int_l I \cdot d\vec{l} \times \vec{B}$$

Stacionární proud je pochopitelně možno vytknout :

$$\vec{F} = I \cdot \int_l d\vec{l} \times \vec{B}$$

síla na vodič s proudem

Speciálně v homogenním poli můžeme vytknout konstantní magnetickou indukci :

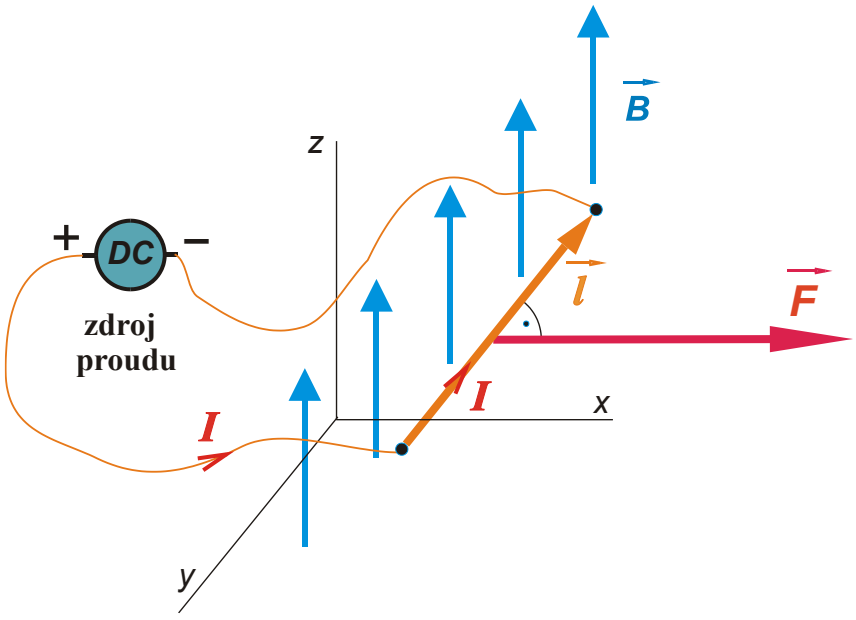
$$\vec{F} = I \cdot \int_l d\vec{l} \times \vec{B} = I \cdot (\int_l d\vec{l}\,) \times \vec{B}$$

A jestliže by navíc vodič byl přímý, sečtou se všechny jeho rovnoběžné elementy do výsledného vektoru vodiče :

$$\vec{F} = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}$$

síla na přímý vodič v homogenním mg. poli

Dostáváme tak známý středoškolský vzorec, ve kterém při znalosti vektorového součinu není ani potřeba zavádět „pravidlo levé ruky“



Základní veličina magnetického pole - vektor magnetické indukce – byla intenzivně hledána od prvních let 19. století - roku 1820 Jean Baptiste Biot a Félix Savart experimentálně nalezli, že je úměrná elektrickému proudu a že závisí na tvaru vodiče, kterým proud protéká, a na vzdálenosti od něj, což matematicky zformuloval Pierre Simon de Laplace do následujícího zákona :

Nechť l je vodič protékaný proudem (stacionárním) I , pak jeho element $d\vec{l}$ přispívá k magnetické indukci v bodě X hodnotou :

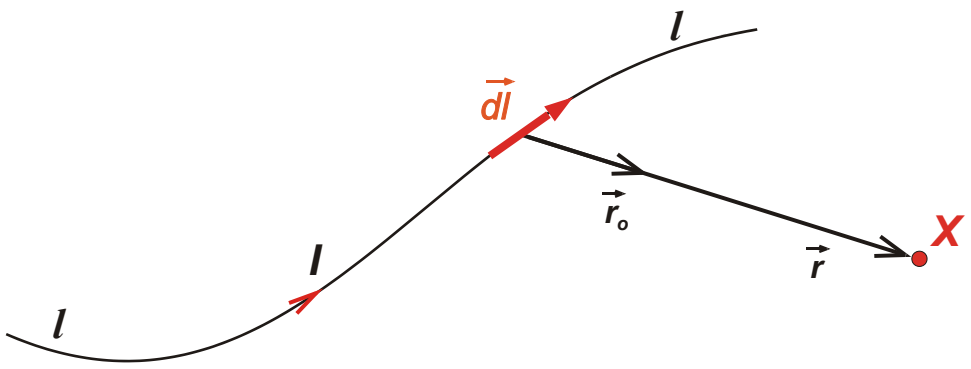
$$d\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \cdot \frac{I}{r^2} \cdot d\vec{l} \times \vec{r}_o$$

Biottův – Savartův zákon

kde $\vec{r}$ je polohový vektor bodu X vzhledem k $d\vec{l}$ a μ_o je fyzikální konstanta :

$$\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \quad [WbA^{-1}m^{-1}]$$

permeabilita vakua



Pozn. : můžeme také dosadit za jednotkový vektor $\vec{r}_o = \frac{\vec{r}}{r}$, potom bude :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \cdot \frac{I}{r^3} \cdot d\vec{l} \times \vec{r}$$

Magnetickou indukci od celého vodiče dostaneme jako integrál těchto výrazů :

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B} = \frac{\mu_o \cdot I}{4\pi} \cdot \int_l \frac{d\vec{l} \times \vec{r}_o}{r^2} = \frac{\mu_o \cdot I}{4\pi} \cdot \int_l \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

Tento vztah lze aplikovat na výpočet magnetického pole od libovolné proudové konfigurace – vodiče různého tvaru, závit, cívka (proveďte na cvičení).

Lorenzův vztah a Biottův – Savartův zákon kompletně popisují působení každého magnetického pole, jsou jeho základními experimentálními zákony (ekvivalentními Coulombova zákonu v elektrostatice).

Ze vztahu pro Lorenzovu sílu je na první pohled zřejmé, že magnetické pole **není konzervativní** , neboť vztah pro sílu obsahuje skrytý parametr dráhy – její tečnu (ve vektoru rychlosti) – zřejmě tedy není možné definovat skalární potenciál a vyjádřit s jeho pomocí veličiny pole.

Kdyby ovšem nastala „pouze“ ta situace, že vykonaná práce mezi dvěma místy závisí na tvaru dráhy – jako je tomu v indukovaném elektrickém poli (viz další kapitoly) – ale magnetické pole nám přináší daleko horší „podraz“ : při podrobnějším pohledu na Lorenzův vztah si uvědomíme, že působící síla je vždy kolmá k tečně dráhy (je to dostředivá síla, jak jsme již výše konstatovali) – tedy také k elementu dráhy $d\vec{r}$ - a proto je její elementární i celková práce vždy nulová – magnetické pole **nekoná práci** .

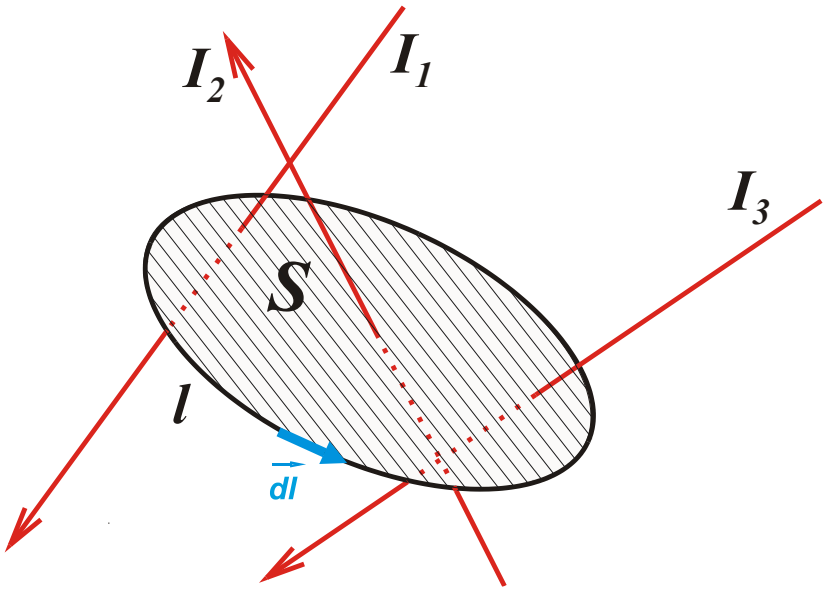
Identicky nulové vztahy jsou samozřejmě nepotřebné a tak se může zdát, že pro výstavbu obecné teorie magnetismu by proto mohly chybět některé důležité veličiny a vztahy (potenciál, vztah pro (ne)vírovost pole, rotace).

Skalární potenciál však bylo možno nahradit potenciálem vektorovým (viz další kapitola) a cirkulace vektoru v magnetickém poli byla „zachráněna“ již roku 1822 , kdy André Maria Ampére zformuloval velmi důležitý „zákon celkového proudu“ : Nechť l je spojitá uzavřená křivka ohraničující libovolnou spojitou plochu S , pak platí :

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_o \cdot I$$

Ampérův zákon (celkového proudu) (integrální tvar)

kde I je celkový proud, protékající plochou S (v takovém smyslu, že ze strany plochy, do které proud vtéká, je vidět obíhání křivky l v kladném smyslu.



Je zřejmé, že celkový proud I mohou tvořit například jednotlivé elektrické proudy v různých vodičích, které protínají plochu S (viz obr.) :

$$I = I_1 + I_3 - I_2$$

A nebo může jít o pohyb nábojů spojitě rozložených v prostoru - pak můžeme výhodně použít vztah odvozený v kapitole „Elektrický proud“ :

$$I = \iint_S \vec{i} \cdot d\vec{S}$$

který dosadíme do Ampérová zákona :

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_o \cdot \iint_S \vec{i} \cdot d\vec{S}$$

Levou stranu upravíme pomocí Stokesovy věty matematiky :

$$\iint_S rot\ \vec{B} \cdot d\vec{S} = \mu_o \cdot \iint_S \vec{i} \cdot d\vec{S}$$

A z rovnosti stejných integrálů plyne rovnost funkcí :

$$rot\ \vec{B} = \mu_o \cdot \vec{i}$$

Ampérův zákon (celkového proudu) (diferenciální tvar)

Amperův zákon hraje stejnou principiální roli v teorii magnetického pole jako Gaussův zákon v poli elektrickém, neboť oba zákony dávají do příčinné souvislosti zdroje těchto polí (náboje, proudy) s výsledným polem (elektrickým nebo magnetickým)

Další klíčový teoretický vztah byl nalezen, když - podobně jako v elektrostatickém poli - byl zkoumán tok vektoru magnetické indukce libovolnou spojitou plochou S :

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

magnetický indukční tok jednotka: *weber [Wb]*

Magnetický indukční tok se pak stal zásadně důležitou veličinou pro elektrotechnické aplikace, protože spolu se zákonem elektromagnetické indukce vytvořil principiální základ konstrukcí všech strojů pro výrobu elektrické energie, její přenos mezi elektrickými obvody a její přeměnu na energii mechanickou (elektrické generátory, transformátory, motory, ….),

Pro teoretický popis magnetického pole pak bylo nesmírně významné zjištění, že tento tok má pro libovolnou spojitou ***uzavřenou*** plochu (uzavírající libovolný objem) významnou velikost – stejně jako u Gaussova zákona elektrostatiky nezávislou na volbě této plochy :

$$\oiint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Gaussův zákon magnetismu (integrální tvar)

Nulový tok magnetické indukce uzavřenou plochou ovšem znamená, že magnetické indukční křivky, které vstoupí do uzavřené plochy, tuto plochu také vždy musí opustit – nemají tedy začátek a konec (v nábojích, jako u elektrostatického pole) - jsou to ***uzavřené a spojité křivky.***
Magnetické pole má tedy ***vírový (nezřídlový)*** charakter, na rozdíl od elektrického pole, které je ***zřídlové***.

Upravme dále levou stranu pomocí Gaussovy věty matematiky:

$$\iiint_V div\, \vec{B} \cdot dV = 0$$

A dostaneme (za výchozího předpokladu libovolného uzavřeného objemu):

$$div\, \vec{B} = 0$$

Gaussův zákon magnetismu (diferenciální tvar)

Protože operátor divergence popisuje výtok fyzikální veličiny z daného místa, pak jeho nulová hodnota ještě exaktněji potvrzuje, že magnetické pole je **nezřídlové** – tedy, že v něm neexistují místa, do kterých by vstupovaly magnetické indukční křivky, jako je tomu v elektrostatickém poli v místě elektrických nábojů – můžeme proto také tvrdit, že v magnetickém poli **neexistují „magnetické náboje“.**

Pro vznik obecné teorie elektromagnetického pole pak bylo velmi důležité, že stejně jako v elektrostatickém poli, se i pro pole magnetické podařilo z původně experimentálních integrálních zákonů sestavit diferenciální rovnice platné v každém bodě zkoumaného prostoru – které pak byly zobecněny do známých Maxwellových rovnic.

(konec kapitoly) **(K.Rusňák, 01/06)**

02/06 – str.3 – oprava integrálu pro *I*, str.4 – permeabilita, ne permitivita
11/26 – str.6,7 – doplnění významu zákonů